

Examen de Géométrie – Janvier 2017

Question 1

- (1) Définissez le produit vectoriel de deux vecteurs dans $\mathbb{R}^3$.
- (2) On vous demande de concevoir un pont basculant qui a une longueur de 50 mètres lorsqu'il est abaissé au dessus d'une rivière. Les deux parties de ce pont ont même longueur, sont fixées à leur extrémité et peuvent être relevées d'un angle de maximum 45 degrés. Sachant que le niveau de l'eau est à 5 mètres sous le pont abaissé,
- (a) calculez la distance d entre l'extrémité d'une partie du pont et l'eau lorsque le pont est entièrement levé ;
 - (b) calculez la distance entre les extrémités des deux parties du pont lorsque celui-ci est entièrement levé.
 - (c) Représentez la situation lorsque le pont est entièrement levé.

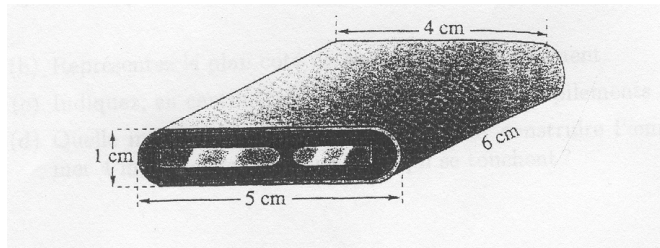
Question 2

- (1) Démontrez que la surface S du triangle de côtés a, b, c est donnée par

$$S = \frac{abc}{4R}$$

où R est le rayon du cercle circonscrit au triangle.

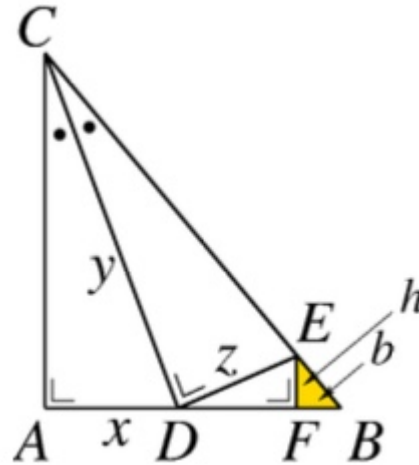
- (2) On considère la pile suivante.



Calculez son volume ainsi que l'aire d'une étiquette qui ferait tout le tour de la pile.

Question 3

- (1) Énoncez le Théorème de Thalès.
- (2) On considère le triangle ABC représenté ci-dessous où AC est de longueur 3 et DF de longueur 1. Calculez la surface S du triangle FEB . Pour cela,
- (a) déterminez deux triangles semblables au triangle ADC . Justifiez et écrivez les égalités correspondantes ;
 - (b) déduisez-en la longueur x ;
 - (c) déterminez h et b et déduisez-en la surface S .



Question 4

- (1) On considère la sphère ayant pour équation

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z = 2.$$

- (a) Déterminez le centre et le rayon de cette sphère.
 - (b) Déterminez l'intersection de la sphère avec le plan OXY . De quelle forme géométrique s'agit-il ? Précisez son équation et ses caractéristiques.
- (2) Soit $P = (-1, 2, 1)$ et $\Pi : x - y + 2z - 5 = 0$.
- (a) Déterminez un point et un vecteur normal au plan Π .
 - (b) Déterminez le point Q , projection orthogonale de P sur Π .
 - (c) Déterminez le point R , symétrique du point P par rapport à Π .
 - (d) Déterminez la distance entre le point P et le plan Π .

Question 5

(1) Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Répondez par V ou F dans la case à la fin de la phrase, *sans justifier*. Une mauvaise réponse entraînera l'annulation d'une bonne réponse. Vous pouvez vous abstenir sans être pénalisé.

(a) Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $\cos(2x) = 2 \sin x \cos x$.	
(b) Le point $P = (2, -2\sqrt{3})$ se trouve à distance 16 de l'origine.	
(c) Le nombre $\vec{a} \odot \vec{b}$ représente l'aire du parallélogramme construit sur les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$.	
(d) La résultante des forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ est obtenue en additionnant ces deux forces.	
(e) La pente de la droite $3x - 2y + 4 = 0$ vaut 3.	

(2) Ecrivez la réponse correcte dans la case à la fin de la phrase *sans justifier*.

(a) Soit $A = (-1, 1)$ et $B = (2, 1)$. Déterminez les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.	
(b) Déterminez l'équation de la droite passant par les points $(1, 2)$ et $(4, 4)$.	
(c) Déterminez l'angle d'un polygone régulier à 9 côtés.	
(d) Donnez l'équation du plan médiateur du segment AB où $A = (3, -3, 0)$ et $B = (5, 7, 4)$.	
(e) Par combien est multiplié le volume d'un cône circulaire si on triple son rayon et on divise par 2 sa hauteur ?	