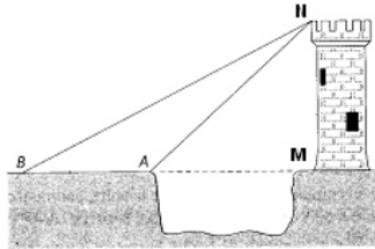


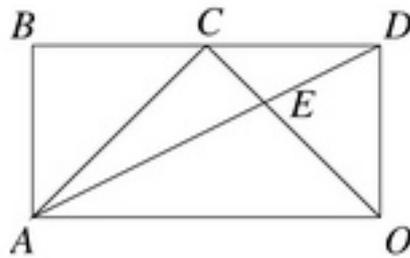
## Question 1

- (1) Soit  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  deux vecteurs de  $\mathbb{R}^3$ .
- Définissez le produit vectoriel des vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$ .
  - Démontrez que l'aire du parallélogramme construit sur les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  est donnée par  $\|\vec{u} \times \vec{v}\|$ .
- (2) Une tour est protégée par un large fossé. Un observateur au point  $A$  voit le sommet de la tour sous un angle de  $45^\circ$ . En reculant de 10 mètres, il se trouve en  $B$  et voit le sommet de la tour sous un angle de  $30^\circ$ . Déterminez la hauteur de la tour ainsi que la largeur du fossé.



## Question 2

- (1) Déterminez le centre et le rayon de la sphère  $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6z = 54$ .
- (2) Dans la figure ci-dessous,  $ABDO$  est un rectangle tel que  $|OD| = |DC| = |CB| = \sqrt{2}$ .



- Montrez que les triangles  $AEO$  et  $CED$  sont semblables.
- Calculez la distance  $|OE|$ .

## Question 3

- (1) Énoncez le Théorème d'Euler pour les solides.
- (2) Les 4 faces latérales d'une pyramide à base carrée sont des triangles équilatéraux.
- Déterminez la hauteur de cette pyramide sachant que le côté de la base mesure  $20\sqrt{2}$  cm.
  - Déterminez le volume de cette pyramide.

## Question 4 – On considère la droite

$$\Delta = \begin{cases} \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{2} \\ \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1} \end{cases}$$

- Déterminez un point et un vecteur directeur de la droite  $\Delta$ .
- Déterminez la distance du point  $P = (1, 2, 1)$  à la droite  $\Delta$ .

### Question 5

(1) Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Répondez par V ou F dans la case à la fin de la phrase, *sans justifier*. Une mauvaise réponse entraînera l'annulation d'une bonne réponse. Vous pouvez vous abstenir sans être pénalisé.

(a) Pour tout $a \in \mathbb{R}$ , on a $\cos(2a) = 2 \cos^2(a) - 1$ .	
(b) Les droites $y = 3x - 2$ et $3y = x + 5$ sont perpendiculaires.	
(c) Le vecteur $(3, 1)$ est perpendiculaire à la droite $y = 3x - 4$ .	
(d) En topologie, une fourchette est une surface de genre 2.	
(e) On peut inscrire tout triangle rectangle dans un demi-cercle dont le rayon est l'hypoténuse du triangle.	

(2) Ecrivez la réponse correcte dans la case à la fin de la phrase *sans justifier*.

(a) Déterminez l'axe de symétrie de la parabole $y = 2x^2 - 8x + 5$ .	
(b) Donnez les composantes du vecteur $\vec{u} \times \vec{v}$ si $\vec{u} = (1, 3, 2)$ et $\vec{v} = (4, -1, -2)$ .	
(c) Donnez l'équation du second degré dont le nombre d'or est solution.	
(d) Donnez le milieu du segment joignant $A$ et $B$ si $A = (-1, 5, 2)$ et $B = (3, 3, 4)$ .	
(e) Calculez la distance du point $P = (2, -1, -1)$ au plan $\Pi : 16x - 12y + 15z - 4 = 0$ .	