

Examen de Géométrie – Mai 2018

Question 1

1. Soit (x, y) , les coordonnées cartésiennes d'un point P du plan. Expliquez comment trouver les coordonnées polaires (r, θ) de ce point en fonction de x et y .
2. On considère le solide d'équation $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y = 6$.
 - (a) Vers quel point faut-il translater l'origine du repère pour que cette équation ne contienne plus de termes du premier degré?
 - (b) Que devient cette équation après la translation?
 - (c) De quel solide s'agit-il? Justifiez en donnant ses caractéristiques.

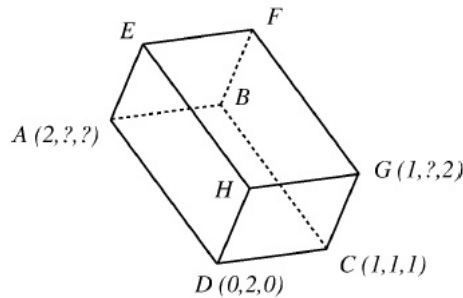
Question 2

1. Énoncez et démontrez la formule qui permet de trouver la distance du point $P = (x_0, y_0, z_0)$ au plan Π d'équation $ax + by + cz + d = 0$.
2. Déterminez la distance du point $P = (-1, 1, 3)$ au plan $\Pi : 3x - 4z + 25 = 0$.
3. Déterminez l'équation cartésienne de l'autre plan parallèle au plan Π et dont la distance au point P est la même.

Question 3

1. Résolvez l'équation $3(1 - \cos x) = \sin^2 x$.
2. Calculez la hauteur d'une tour dressée au bord d'une falaise sachant qu'à 100 m, on voit la falaise sous un angle de 30° et la tour sous un angle de 15° supplémentaires.

Question 4 – On considère le parallépipède rectangle ci-dessous.



- (a) Déterminez les coordonnées des points G , A , et F .
- (b) Donnez l'équation cartésienne des plans DCG et ABF . Précisez leurs vecteurs normaux.
- (c) Donnez l'équation cartésienne de la droite EF . Précisez son vecteur directeur.
- (d) Déterminez la surface du rectangle $DCGH$.
- (e) Déterminez le volume de ce parallépipède rectangle.

Question 5

(1) Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses? Répondez par V ou F dans la case à la fin de la phrase, *sans justifier*. Une mauvaise réponse entraînera l'annulation d'une bonne réponse. Vous pouvez vous abstenir sans être pénalisé.

(a) Dans un triangle, le centre de gravité, l'orthocentre et le centre du cercle circonscrit sont toujours alignés.	
(b) Si $P = (2, -2, 8)$ et $Q = (-1, 2, 3)$ alors le milieu du segment qui relie P à Q est $M = (\frac{3}{2}, -2, \frac{5}{2})$.	
(c) Les vecteurs $\vec{a} = (2, 3, 1)$ et $\vec{b} = (-5, 3, 1)$ sont orthogonaux.	
(d) Si on triple le rayon d'un cône et on divise par quatre sa hauteur alors son volume est multiplié par $\frac{3}{4}$.	
(e) Le point $P = (2, -2\sqrt{3})$ se trouve à distance 16 de l'origine.	

(2) Ecrivez la réponse correcte dans la case à la fin de la phrase *sans justifier*.

(a) Donnez l'équation de l'axe de symétrie de la parabole $y = 3x^2 - 6x + 5$.	
(b) Les diagonales d'un losange mesurent 8 cm et 10 cm. Calculez la longueur des côtés du losange.	
(c) Donnez l'équation du plan médiateur au segment reliant $A = (5, -3, 0)$ et $B = (1, 5, -2)$.	
(d) Déterminez $k \in \mathbb{R}$ pour que les plans $\pi_1 : x - 2y + 3z + 1 = 0$ et $\pi_2 : kx + y - 5z - 3 = 0$ soient perpendiculaires.	
(e) Dans une sphère dont le rayon vaut 7 cm, on inscrit un cône circulaire droit dont la hauteur vaut 10 cm. Que vaut le rayon de la base du cône?	