

Chapitre 6 : Les vecteurs – Définitions et propriétés

Questions de théorie

1. Définissez un *vecteur*.
2. Comment détermine-t-on les composantes d'un vecteur dont l'origine est l'origine du repère (dans le plan et dans l'espace) ?
3. Comment détermine-t-on les composantes d'un vecteur quelconque (dans le plan et dans l'espace) ?
4. Si $\overrightarrow{OU} = \vec{u} = (u_x, u_y)$ et $\overrightarrow{OV} = \vec{v} = (v_x, v_y)$, démontrez que les composantes du vecteur $\overrightarrow{UV}$ sont $(v_x - u_x, v_y - u_y)$.
5. Comment trouver la norme d'un vecteur (dans le plan et dans l'espace) ?
6. Définissez *addition* et *soustraction* de vecteurs (dans le plan et dans l'espace).
7. Interprétez géométriquement l'addition de deux vecteurs et la soustraction de deux vecteurs.
8. Énoncez les propriétés de l'addition de vecteurs.
9. Quel est le vecteur neutre pour l'addition ?
10. Quel est l'opposé du vecteur $\vec{v} = (v_x, v_y)$?
11. Définissez le milieu du vecteur $\overrightarrow{AB}$ où $A = (x_a, y_a, z_a)$ et $B = (x_b, y_b, z_b)$.
12. Si $\overrightarrow{OU} = \vec{u} = (u_x, u_y)$ et $\overrightarrow{OV} = \vec{v} = (v_x, v_y)$, démontrez que les composantes du milieu M de $\overrightarrow{UV}$ sont $\frac{1}{2}(u_x + v_x, u_y + v_y)$.
13. Définissez la *multiplication d'un vecteur par un scalaire* et donnez-en une interprétation géométrique.
14. Énoncez les propriétés de la multiplication d'un vecteur par un scalaire.
15. Définissez des vecteurs *parallèles* ou *colinéaires*.
16. Comment voit-on que deux vecteurs sont parallèles ?
17. Définissez le *produit scalaire* de deux vecteurs.
18. Énoncez les propriétés du produit scalaire de deux vecteurs.
19. Donnez une interprétation géométrique du produit scalaire de deux vecteurs.
20. Comment peut-on déterminer l'angle entre deux vecteurs ?
21. Démontrez que si α désigne l'angle entre les deux vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$, alors $\vec{u} \odot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos \alpha$.
22. Définissez des vecteurs *orthogonaux*.
23. Comment reconnaît-on si deux vecteurs sont orthogonaux ?
24. Définissez la *projection orthogonale* et la *composante d'un vecteur $\vec{v}$ suivant un vecteur $\vec{u}$* .
25. Démontrez que $\text{comp}_{\vec{u}} \vec{v} = \frac{\vec{u} \odot \vec{v}}{\|\vec{u}\|}$.
26. Énoncez et démontrez l'inégalité de Cauchy-Schwartz.

27. Énoncez et démontrez l'inégalité triangulaire. Donnez une interprétation géométrique de cette inégalité.
28. Définissez le *produit vectoriel* de deux vecteurs.
29. Énoncez les propriétés du produit vectoriel de deux vecteurs.
30. Donnez les composantes du vecteur $\vec{u} \times \vec{v}$ si $\vec{u} = (u_x, u_y, u_z)$ et $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$.
31. Donnez une interprétation géométrique du produit vectoriel de deux vecteurs.
32. Démontrez que la longueur $\|\vec{u} \times \vec{v}\|$ est l'aire du parallélogramme construit sur les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.
33. Comment voit-on à l'aide du produit vectoriel que deux vecteurs sont colinéaires ?
34. Définissez le *produit mixte* de trois vecteurs.
35. Donnez une interprétation géométrique du produit mixte de trois vecteurs.
36. Démontrez que dans un repère cartésien orthonormé, le nombre réel $|(\vec{u} \times \vec{v}) \odot \vec{w}|$ représente le volume du parallélépipède construit sur les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$, où $\vec{u}$ et $\vec{v}$ forment la base du parallélépipède.